

Approche matheuristique pour la localisation de centres de soins et leurs services avec contraintes de capacité et gestion de pannes

ROADEF 2026

Antonin CARPENTIER, Laure BRISOUX-DEVENDEVILLE, Corinne LUCET
24 février 2026

Laboratoire MIS - Université de Picardie Jules Verne

1. Description du problème

2. Modélisation du problème

3. Matheuristique

Définition d'un ordre et évaluation

Génération d'une solution initiale

4. Perspectives

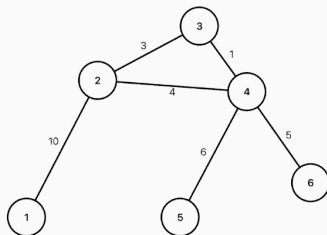
Description du problème

Description du problème initial : p-centre classique

Problème d'optimisation NP-difficile

Soit un graphe $G = (N, E)$ où :

- N est l'ensemble des nœuds : les villes
- E est l'ensemble des arêtes pondérées : les routes



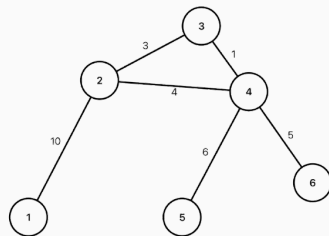
Description du problème initial : p-centre classique

Problème d'optimisation NP-difficile

Soit un graphe $G = (N, E)$ où :

- N est l'ensemble des nœuds : les villes
- E est l'ensemble des arêtes pondérées : les routes

Exactement p centres (unités de soins) à placer dans G , avec P (inclus dans N) l'ensemble des centres placés.



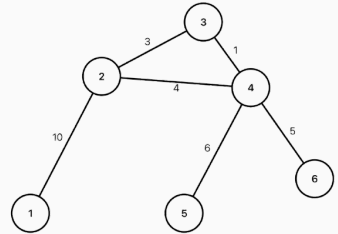
Description du problème initial : p-centre classique

Problème d'optimisation NP-difficile

Soit un graphe $G = (N, E)$ où :

- N est l'ensemble des nœuds : les villes
- E est l'ensemble des arêtes pondérées : les routes

Exactement p centres (unités de soins) à placer dans G , avec P (inclus dans N) l'ensemble des centres placés.



Problème des p -centres

Placer p centres dans G en minimisant la distance maximale entre les villes et leur unité de soins la plus proche.

$$\min_{\substack{P \subseteq N \\ |P|=p}} \max_{i \in N} \min_{j \in P} d_{ij}$$

Description du problème initial : Exemple

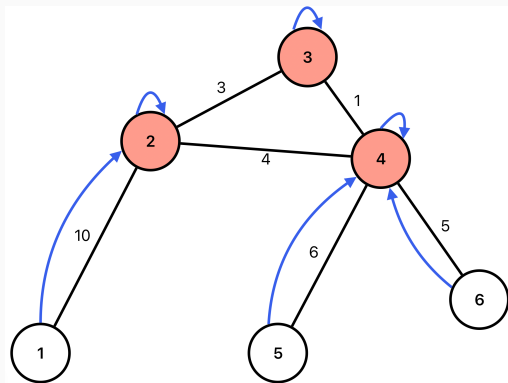


Figure 1 : Exemple de solution faisable

Légende :

→ Assignment entre une ville et son unité de soins



Unité de soins

- Unité de soins : Centre de vaccination durant le COVID19
- Objectif : Favoriser l'acceptation de la vaccination

Extension du problème

Les villes et les centres de soins ont des tailles différentes. Assignations non préemptives.

Capacités et Demandes

Un centre de soins peut être défaillant

Gestion de pannes

Plusieurs types de population / types de soins associés

Multi-services

Notre problème

Description

Variante

Extension du problème : Exemple

Lignes pleines : Assignment à l'unité principale

Lignes pointillées : Assignment à l'unité de secours

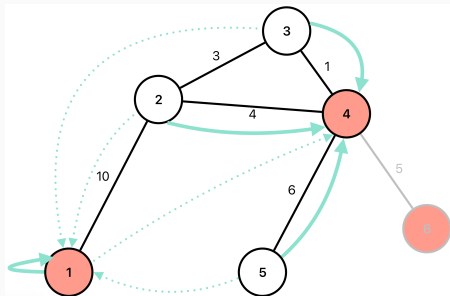


Figure 2 : Type de soin 1

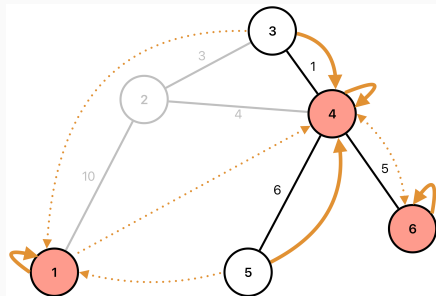


Figure 3 : Type de soin 2

Extension du problème : Exemple

Lignes pleines : Assignment à l'unité principale

Lignes pointillées : Assignment à l'unité de secours

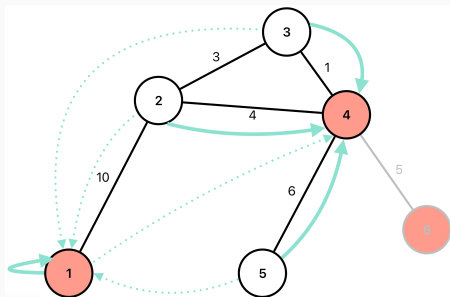


Figure 2 : Type de soin 1

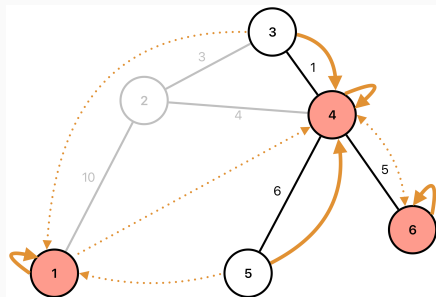


Figure 3 : Type de soin 2

Difficulté : Trouver une solution faisable commune à chaque soin

Modélisation du problème

Modélisation du problème du p-centre classique

Variables de décision :

- $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la ville } i \text{ est affectée à l'unité de soins } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
- $y_j = \begin{cases} 1 & \text{si une unité est ouverte sur le site } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Modélisation du problème du p-centre classique

Variables de décision :

- $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la ville } i \text{ est affectée à l'unité de soins } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
- $y_j = \begin{cases} 1 & \text{si une unité est ouverte sur le site } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

$$(P) \text{ Min } z \tag{1}$$

S.C

$$\sum_{j \in N} y_j = p \tag{2}$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \tag{3}$$

$$x_{ij} \leq y_j \quad \forall i, j \in N \tag{4}$$

$$\sum_{j \in N} d_{ij} \cdot x_{ij} \leq z \quad \forall i \in N \tag{5}$$

Modélisation de la gestion de pannes

Variables de décision :

- $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la ville } i \text{ est affectée à l'unité du quotidien } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
- $w_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la ville } i \text{ est affectée à l'unité de secours } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Modélisation de la gestion de pannes

Variables de décision :

- $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la ville } i \text{ est affectée à l'unité du quotidien } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
- $w_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la ville } i \text{ est affectée à l'unité de secours } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Ajout des contraintes :

$$\sum_{j \in N} w_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (6)$$

$$w_{ij} \leq y_j \quad \forall i, j \in N \quad (7)$$

$$x_{ij} + w_{ij} \leq 1 \quad \forall i, j \in N \quad (8)$$

$$\sum_{j \in N} d_{ij} \cdot x_{ij} \leq A \quad \forall i \in N \quad (9)$$

$$\sum_{j \in N} d_{ij} \cdot w_{ij} \leq B \quad \forall i \in N \quad (10)$$

$$\sum_{j \in N} d_{ij} \cdot x_{ij} \leq \sum_{j \in N} d_{ij} \cdot w_{ij} \quad \forall i \in N \quad (11)$$

Modélisation de la gestion de pannes

Variables de décision :

$$\begin{aligned} \bullet \quad x_{ij} &= \begin{cases} 1 & \text{si la ville } i \text{ est affectée à l'unité du quotidien } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \\ \bullet \quad w_{ij} &= \begin{cases} 1 & \text{si la ville } i \text{ est affectée à l'unité de secours } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned}$$

Ajout des contraintes :

$$\sum_{j \in N} w_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (6)$$

$$w_{ij} \leq y_j \quad \forall i, j \in N \quad (7)$$

$$x_{ij} + w_{ij} \leq 1 \quad \forall i, j \in N \quad (8)$$

$$\sum_{j \in N} d_{ij} \cdot x_{ij} \leq A \quad \forall i \in N \quad (9)$$

$$\sum_{j \in N} d_{ij} \cdot w_{ij} \leq B \quad \forall i \in N \quad (10)$$

$$\sum_{j \in N} d_{ij} \cdot x_{ij} \leq \sum_{j \in N} d_{ij} \cdot w_{ij} \quad \forall i \in N \quad (11)$$

Fonction objective :

$$\text{Min } A + B \quad (12)$$

Données :

- q_i = Demande du client i
- u_j = Capacité du centre candidat j
- α = Taux du surcharge possible

Ajout des contraintes :

$$\sum_{i \in N} q_i \cdot x_{ij} \leq u_j \cdot y_j \quad \forall j \in N \quad (13)$$

$$\sum_{i \in N} q_i \cdot x_{ij} + \sum_{i \in N} q_i \cdot w_{ij} \leq (1 + \alpha) \cdot u_j \cdot y_j \quad \forall j \in N \quad (14)$$

Modèle global

$$\begin{aligned}
 \text{(P) Min } & \boxed{\sum_{s \in S} (A^s + B^s)} & (15) \quad & \sum_{\substack{j \in N \\ s \in C_j}} d_{ij} \cdot w_{ijs} \leq B^s & \forall i \in N, s \in S_i \quad (23) \\
 \text{s.c.} & & (16) \quad & \sum_{\substack{j \in N \\ s \in C_j}} d_{ij} \cdot x_{ijs} \leq \sum_{\substack{j \in N \\ s \in C_j}} d_{ij} \cdot w_{ijs} & \forall i \in N, s \in S_i \quad (24) \\
 & \sum_{\substack{j \in N \\ s \in C_j}} y_j = p & & & \\
 & \sum_{\substack{j \in N \\ s \in C_j}} x_{ijs} = 1 & \forall i \in N, \forall s \in S_i \quad (17) & \sum_{\substack{i \in N \\ s \in S_i}} q_{is} \cdot x_{ijs} \leq u_{js} \cdot y_j & \forall j \in N, s \in C_j \quad (25) \\
 & \sum_{\substack{j \in N \\ s \in C_j}} w_{ijs} = 1 & \forall i \in N, \forall s \in S_i \quad (18) & \sum_{\substack{i \in N \\ s \in S_i}} q_{is} \cdot x_{ijs} + \sum_{\substack{i \in N \\ s \in S_i}} q_{is} \cdot w_{ijs} \leq (1 + \alpha^s) \cdot u_{js} \cdot y_j & \forall j \in N, s \in C_j \quad (26) \\
 & x_{ijs} \leq y_j & \forall i, j \in N, s \in S_i \cap C_j \quad (19) & \boxed{x_{ijs} \in \{0, 1\}} & \forall i, j \in N, s \in S_i \cap C_j \quad (27) \\
 & w_{ijs} \leq y_j & \forall i, j \in N, s \in S_i \cap C_j \quad (20) & & \\
 & x_{ijs} + w_{ijs} \leq 1 & \forall i, j \in N, s \in S_i \cap C_j \quad (21) & \boxed{w_{ijs} \in \{0, 1\}} & \forall i, j \in N, s \in S_i \cap C_j \quad (28) \\
 & \sum_{\substack{j \in N \\ s \in C_j}} d_{ij} \cdot x_{ijs} \leq A^s & \forall i \in N, s \in S_i \quad (22) & y_j \in \{0, 1\} & \forall j \in N \quad (29) \\
 & & & \boxed{A^s, B^s \geq 0} & \forall s \in S \quad (30)
 \end{aligned}$$

Le nombre de contraintes et variables est de l'ordre $O(|S| \cdot |N|^2)$

Objectif : $\sum_{s \in S} (A^s + B^s)$

Les jeux d'instances ont été créés à partir d'instances de la littérature (enrichissement).

Instances	Taille	$T_{avg}(s)$	$T_{min}(s)$	$T_{max}(s)$
D_1	7	3600	3600	3600
D_2	31	3600	3600	3600
D_3	33	3084.2	376.3	3600
D_4	60	3277.9	860.0	3600

Table 1 : Temps de résolution pour les 4 jeux d'instances

Objectif : $\sum_{s \in S} (A^s + B^s)$

Les jeux d'instances ont été créés à partir d'instances de la littérature (enrichissement).

Instances	Taille	$T_{avg}(s)$	$T_{min}(s)$	$T_{max}(s)$
D_1	7	3600	3600	3600
D_2	31	3600	3600	3600
D_3	33	3084.2	376.3	3600
D_4	60	3277.9	860.0	3600

Table 1 : Temps de résolution pour les 4 jeux d'instances

Difficulté : Trouver une première solution faisable ET de bonne qualité

Matheuristique

Objectif long terme : Créer une recherche locale basée sur une matheuristique

Objectif long terme : Créer une recherche locale basée sur une matheuristique

Besoin : Trouver des solutions initiales pour la recherche locale

Objectif long terme : Créer une recherche locale basée sur une matheuristique

Besoin : Trouver des solutions initiales pour la recherche locale

Objectif court terme : Élaborer une méthode permettant de générer des solutions initiales de bonne qualité et rapidement

Objectif long terme : Créer une recherche locale basée sur une matheuristique

Besoin : Trouver des solutions initiales pour la recherche locale

Objectif court terme : Élaborer une méthode permettant de générer des solutions initiales de bonne qualité et rapidement

Hypothèse de départ

La faisabilité d'une solution est fortement corrélée aux emplacements des unités de soins sélectionnées et donc à la capacité agrégée de ces dernières.

Principe

Chaque unité de soins est représentée par un vecteur de capacités associées à chaque service.

Un ordre de sélection des centres candidats est donc défini à partir de la norme de ces vecteurs.

Principe

Principe

Chaque unité de soins est représentée par un vecteur de capacités associées à chaque service.

Un ordre de sélection des centres candidats est donc défini à partir de la norme de ces vecteurs.

Pourquoi ?

Principe

Chaque unité de soins est représentée par un vecteur de capacités associées à chaque service.

Un ordre de sélection des centres candidats est donc défini à partir de la norme de ces vecteurs.

Pourquoi ? Tenter d'identifier les candidats répondant le mieux aux demandes afin de trouver une solution faisable.

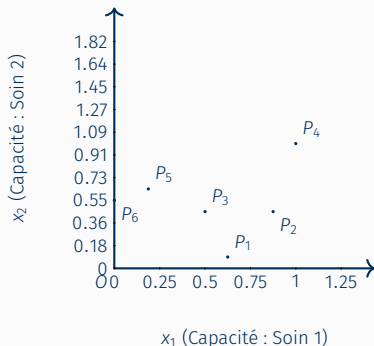
Principe

Principe

Chaque unité de soins est représentée par un vecteur de capacités associées à chaque service.

Un ordre de sélection des centres candidats est donc défini à partir de la norme de ces vecteurs.

Pourquoi ? Tenter d'identifier les candidats répondant le mieux aux demandes afin de trouver une solution faisable.



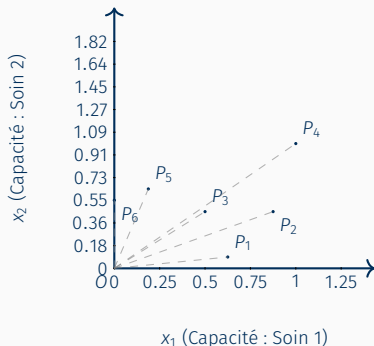
Représentation d'un hypercube à 2 dimensions

Principe

Chaque unité de soins est représentée par un vecteur de capacités associées à chaque service.

Un ordre de sélection des centres candidats est donc défini à partir de la norme de ces vecteurs.

Pourquoi ? Tenter d'identifier les candidats répondant le mieux aux demandes afin de trouver une solution faisable.



Représentation d'un hypercube à 2 dimensions

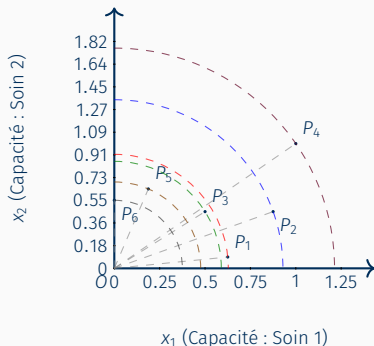
Principe

Principe

Chaque unité de soins est représentée par un vecteur de capacités associées à chaque service.

Un ordre de sélection des centres candidats est donc défini à partir de la norme de ces vecteurs.

Pourquoi ? Tenter d'identifier les candidats répondant le mieux aux demandes afin de trouver une solution faisable.



Représentation d'un hypercube à 2 dimensions

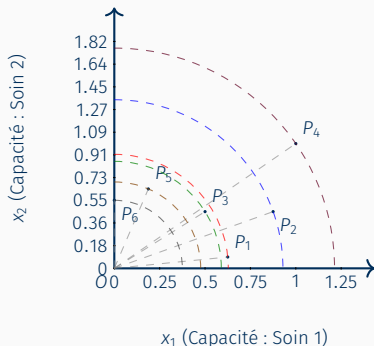
Principe

Principe

Chaque unité de soins est représentée par un vecteur de capacités associées à chaque service.

Un ordre de sélection des centres candidats est donc défini à partir de la norme de ces vecteurs.

Pourquoi ? Tenter d'identifier les candidats répondant le mieux aux demandes afin de trouver une solution faisable.



Représentation d'un hypercube à 2 dimensions

L'ordre de sélection des centres est :

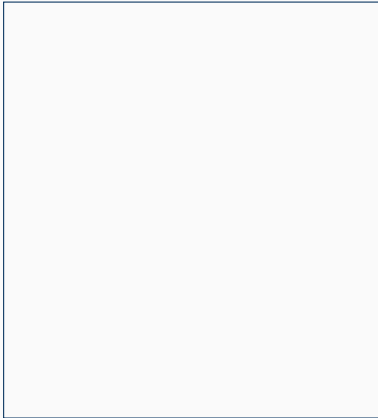
$$P_4 > P_2 > P_1 > P_3 > P_5 > P_6$$

Évaluation de la qualité de l'ordre

Question : Où se positionnent les centres des solutions optimales dans cet ordre ?

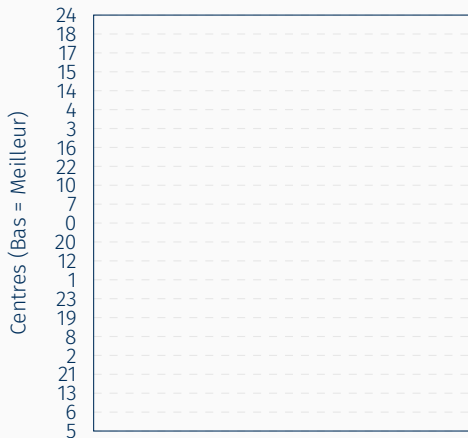
Évaluation de la qualité de l'ordre

Question : Où se positionnent les centres des solutions optimales dans cet ordre ?



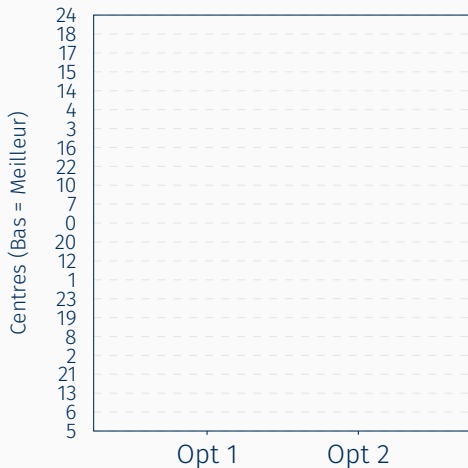
Évaluation de la qualité de l'ordre

Question : Où se positionnent les centres des solutions optimales dans cet ordre ?



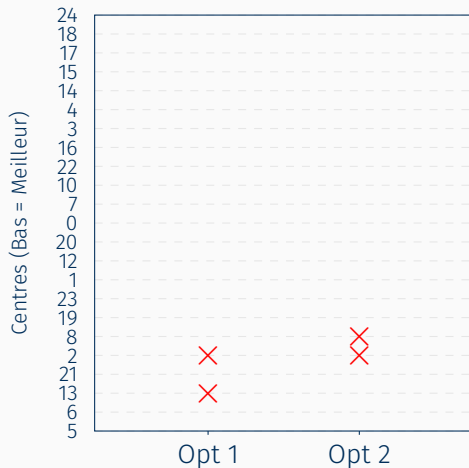
Évaluation de la qualité de l'ordre

Question : Où se positionnent les centres des solutions optimales dans cet ordre ?



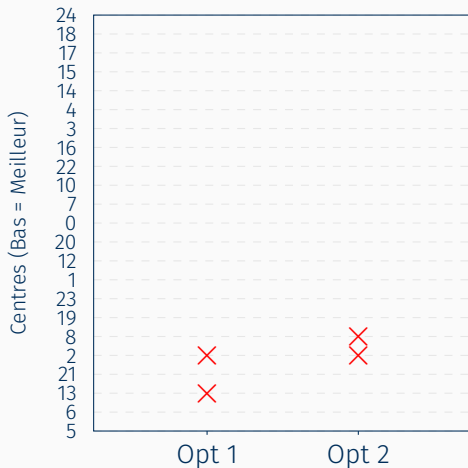
Évaluation de la qualité de l'ordre

Question : Où se positionnent les centres des solutions optimales dans cet ordre ?



Évaluation de la qualité de l'ordre

Question : Où se positionnent les centres des solutions optimales dans cet ordre ?



- Les centres « optimaux » sont généralement au début de l'ordre
- On peut réduire l'espace des centres candidats
- **Question :** Comment déterminer un sous-ensemble de candidats ?

Réduction de l'espace de recherche

Stratégie : Restreindre la recherche aux $k \times p$ candidats les mieux classés.

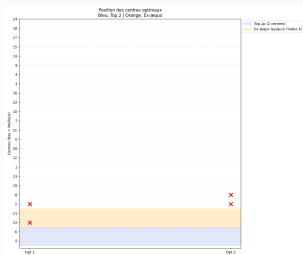


Figure 4 : Top 1 $\times$ p avec ex-aequo

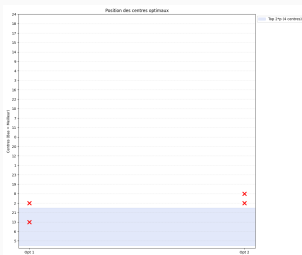


Figure 5 : Top 2 $\times$ p avec ex-aequo

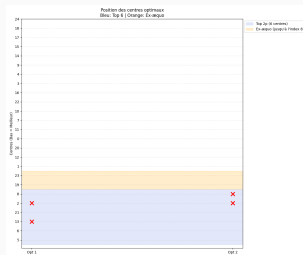


Figure 6 : Top 3 $\times$ p avec ex-aequo

Réduction de l'espace de recherche

Stratégie : Restreindre la recherche aux $k \times p$ candidats les mieux classés.

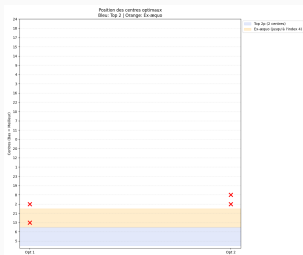


Figure 4 : Top 1 $\times p$ avec ex-aequo

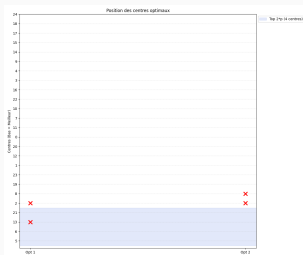


Figure 5 : Top 2 $\times p$ avec ex-aequo

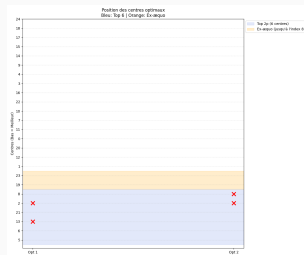


Figure 6 : Top 3 $\times p$ avec ex-aequo

Choix de k

- k trop petit : La zone des candidats considérés (zone bleue) est trop étroite, trouver une solution faisable est difficile.
- k trop grand : La combinatoire réapparaît.

Validation statistique : Impact des ex-aequo

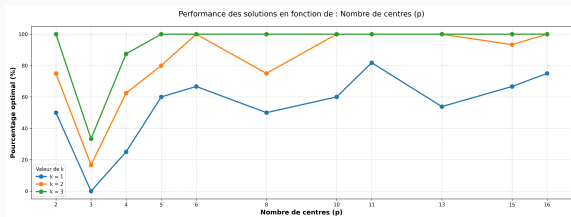


Figure 7 : Sélection stricte

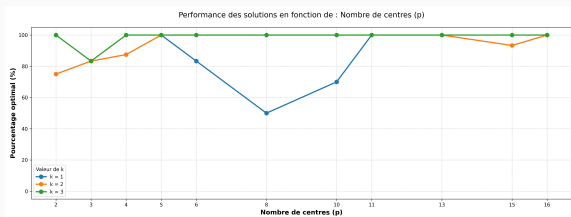


Figure 8 : Avec ex-aequo

Analyse comparative du pourcentage de centres optimaux identifiés

	Aleatoire			Beasley			Global		
	$1 \cdot p$	$2 \cdot p$	$3 \cdot p$	$1 \cdot p$	$2 \cdot p$	$3 \cdot p$	$1 \cdot p$	$2 \cdot p$	$3 \cdot p$
Min	71.2	88.2	97.6	45.0	75.0	93.3	60.3	82.8	95.9
Max	77.1	91.8	97.6	45.8	79.2	93.3	64.3	86.7	95.9
Moyenne	74.1	90.0	97.6	45.4	77.2	93.3	62.3	84.9	95.9
Médiane	74.1	90.0	97.6	45.4	77.9	93.3	62.3	85.2	95.9

Table 2 : Nombre de centres appartenant à une solution optimale (en %)

Analyse comparative du pourcentage de centres optimaux identifiés

	Aleatoire			Beasley			Global		
	$1 \cdot p$	$2 \cdot p$	$3 \cdot p$	$1 \cdot p$	$2 \cdot p$	$3 \cdot p$	$1 \cdot p$	$2 \cdot p$	$3 \cdot p$
Min	71.2	88.2	97.6	45.0	75.0	93.3	60.3	82.8	95.9
Max	77.1	91.8	97.6	45.8	79.2	93.3	64.3	86.7	95.9
Moyenne	74.1	90.0	97.6	45.4	77.2	93.3	62.3	84.9	95.9
Médiane	74.1	90.0	97.6	45.4	77.9	93.3	62.3	85.2	95.9

Table 2 : Nombre de centres appartenant à une solution optimale (en %)

On considère des sous-ensembles de $2 \cdot p$ candidats

Analyse comparative du pourcentage de centres optimaux identifiés

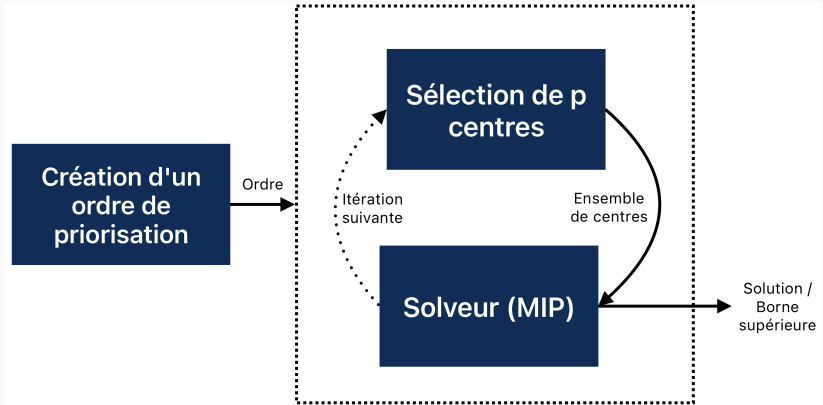
	Aleatoire			Beasley			Global		
	$1 \cdot p$	$2 \cdot p$	$3 \cdot p$	$1 \cdot p$	$2 \cdot p$	$3 \cdot p$	$1 \cdot p$	$2 \cdot p$	$3 \cdot p$
Min	71.2	88.2	97.6	45.0	75.0	93.3	60.3	82.8	95.9
Max	77.1	91.8	97.6	45.8	79.2	93.3	64.3	86.7	95.9
Moyenne	74.1	90.0	97.6	45.4	77.2	93.3	62.3	84.9	95.9
Médiane	74.1	90.0	97.6	45.4	77.9	93.3	62.3	85.2	95.9

Table 2 : Nombre de centres appartenant à une solution optimale (en %)

On considère des sous-ensembles de $2 \cdot p$ candidats

Question : Comment utiliser ce sous-ensemble de candidats pour générer une solution initiale?

Principe



1. Stratégie fenêtre coulissante

Parcours séquentiel des candidats triés par la norme.

- *Mécanisme* : La fenêtre de taille p glisse le long de l'ordre statique. On supprime le centre le plus ancien.

Stratégies d'exploration de l'espace de recherche

1. Stratégie fenêtre coulissante

Parcours séquentiel des candidats triés par la norme.

- *Mécanisme* : La fenêtre de taille p glisse le long de l'ordre statique. On supprime le centre le plus ancien.

2. Stratégie fenêtre adaptative

Utilisation d'un modèle relâché pour guider la recherche.

- *Mécanisme* : La fenêtre de taille p glisse le long de l'ordre statique. On supprime le « maillon faible » (le centre violant le plus **les capacités** ou ayant **les plus grandes distances** affectées)

Stratégies d'exploration de l'espace de recherche

1. Stratégie fenêtre coulissante

Parcours séquentiel des candidats triés par la norme.

- *Mécanisme* : La fenêtre de taille p glisse le long de l'ordre statique. On supprime le centre le plus ancien.

2. Stratégie fenêtre adaptative

Utilisation d'un modèle relâché pour guider la recherche.

- *Mécanisme* : La fenêtre de taille p glisse le long de l'ordre statique. On supprime le « maillon faible » (le centre violant le plus **les capacités** ou ayant **les plus grandes distances** affectées)

3. Stratégie fenêtre adaptative + choix dynamique

Actualisation de l'ordre de sélection après chaque sélection.

- **Coefficient « Gestion de pannes »** : Pondération accrue pour les strates (services) sous-représentées.
- *Objectif* : Forcer la sélection d'au moins 2 centres par strate (Principal + Secours).

$$\text{GAP} = \frac{|F_{\text{first}} - F_{\text{opt}}|}{F_{\text{opt}}} \cdot 100$$

Méthode	Fenêtres faisables	Faisabilité	GAP ¹	Temps par fenêtre	Temps total
Coulissante	78%	88,89%	14,9%	0,14	5,26
Adaptative	81%	91,67%	15,1%	0,15	6,08
Dynamique	87%	100%	14,7%	0,16	6,31
Solution solveur	-	100%	78,1%	-	43,06

Table 3 : Comparaison des stratégies d'exploration

1. GAP : écart par rapport à la valeur optimale

- **Contributions :**
 - Modélisation mathématique (MILP)
 - Proposition d'une heuristique permettant de trouver des solutions initiales
 - de meilleure qualité que la première solution du solveur
 - plus rapidement
 - La stratégie de choix dynamique est la plus performante (87% de faisabilité).

Perspectives

- Élaboration d'une recherche locale à partir de l'ordre
- Conception d'instances de qualité (réelles ou fictives)
- Minimiser la surcharge des centres de soin en cas de panne
- Passer sur un modèle avec assignations préemptives

Merci de votre écoute!